

Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP

<https://eduscol.education.fr/1486/apprentissages-au-cp-et-au-ce1>

Lignes de force

Ce livret se centre sur l'articulation entre :

- l'enseignement des nombres
- le calcul
- la résolution de problèmes arithmétiques

Il s'appuie sur les avancées de la recherche dans ces domaines pour développer des stratégies d'enseignement en classe.

3 questions importantes sont au cœur de l'enseignement à se poser avant, pendant et après la séance :

- Comment permettre aux élèves de se construire des représentations du problème en s'appuyant sur des manipulations, mais également comment dépasser ces dernières pour aller vers davantage d'abstraction en s'appuyant sur la verbalisation ?
- Comment faire évoluer les connaissances et procédures mobilisées en fonction de la progression générale mise en œuvre par le professeur et particulièrement des cheminements cognitifs qu'il ménage pour les élèves ?
- Quelle place donner à l'institutionnalisation, notamment comment développer des traces écrites du travail effectué ?

Mettre en réseau les connaissances des élèves

« Le professeur organise l'apprentissage en proposant aux élèves une suite de situations permettant de ménager à la fois :

- des moments où l'élève pourra franchir lui-même ou avec ses pairs des étapes correspondant à un passage plutôt « naturel »,
- et des moments où l'enseignant intervient plus directement pour apporter de l'information ou justifier ce franchissement par un apport indispensable. »

Selon une progression qui allie à la fois un jeu sur :

- les variables des énoncés de problèmes (la taille des nombres par exemple),
- des moments d'acquisition de connaissances par les élèves
- et des moments de réinvestissement lors de résolution de problèmes (mise en réseau de ces connaissances)
- mais aussi des moments où le professeur apportera des informations permettant certains sauts conceptuels.

Dans tous les cas, il y aura :

- des moments d'institutionnalisation
- et des moments où il identifie avec et pour tous les élèves les montées en abstraction.
- et des moments de verbalisation.

En termes de résolution de problèmes, l'objectif pour l'élève lisant un énoncé :

- reconnaître (explicitement ou implicitement) le modèle sous-jacent
- et de mettre en œuvre les procédures permettant de le résoudre.

Un enseignement structuré
Manipuler/verbaliser/abstraire
Manipuler et verbaliser sont essentiels pour atteindre le processus d'abstraction (ex : questions de l'enseignant : « Comment le sais-tu ? Comment es-tu sûr de ta solution ? Comment peux-tu vérifier ? »)
2 cheminements cognitifs possibles pour passer de manipuler à abstraire : 1) Du surcomptage au calcul, de l'énoncé du résultat à la modélisation (5 étapes sont présentées) (p19-20) 2) Du décomptage au calcul
2 procédures de dénombrement : - l'une permet d'obtenir le nom du nombre sans nécessité de connaître son écriture chiffrée, - l'autre permet d'obtenir l'écriture chiffrée du nombre sans nécessité de connaître son nom.
Mettre en réseau les connaissances des élèves : verbalisation : proposer des moments d'échanges entre élèves et éventuellement des moments d'apports par l'enseignant pour franchir un obstacle
Enseigner des stratégies (efficaces)
Importance de la modélisation
Problèmes : - Schéma/utilisation de digrammes en barres - Ne pas se focaliser sur les types de problèmes mais apprendre à retrouver les problèmes qui « se ressemblent » par le mode de résolution (ex tout-partie...)
Place de l'écrit : phases de recherche, de synthèse, d'institutionnalisation

Une chronologie des apprentissages
Construire le sens des nombres et des opérations avant même de les institutionnaliser (créer le besoin)
Calcul mental et en ligne puis calcul posé
Progression calcul mental : préparer des séquences et des séances en 4 étapes.
Problèmes : continuum didactique du cycle 2 au cycle 3 (p97)
Programmer sa progression au CP : tableau par période (p141)
Numération : - Moments de découverte/manipulation - Décomposition des nombres - Procédures, techniques -

Institutionnalisation
Forme orale (avec représentations imagées) puis écrite
L'élève doit avoir conscience que la trace écrite est faite dans un but de réinvestissement ultérieur.
Même en calcul mental (faits numériques et procédures)
Place de l'écrit : phases de synthèse, d'institutionnalisation (même pour le calcul mental)
Support élèves (p100) : cahier personnel, de référence en mathématiques (leçons), outils collectifs

Numération
Deux systèmes de numération (orale, française et écrite chiffrée)
unités de numération, aspects décimal et positionnel ; place et utilisation de la dizaine, comment travailler la dizaine
Ne pas se focaliser sur les irrégularités mais au contraire prendre appui sur les régularités (petite comptine / grande comptine)
Apprentissage de la numération : <ul style="list-style-type: none"> - Moments de découverte - Décomposition des nombres - Procédures, techniques
Décomposition(s) et numération(s)
Atteindre « cent », 100
Les comparaisons de collections peuvent servir d'appui à la construction des deux systèmes de numération.
Diverses activités : représenter, comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres, calculer.
Les régularités de la numération orale sont un levier pour enseigner la numération.
4 procédures pour comparer des quantités : (p26) <ul style="list-style-type: none"> - Correspondance terme à terme - Nom du nombre par comptage un à un - Nom du nombre par comptage de dix en dix - Ecriture chiffrée

Calcul
Des stratégies (trois) de dénombrement d'élèves (illustrées par leurs productions), les progressions associées
Formes de calcul, faits numériques à mémoriser et procédures élémentaires à automatiser et des combinaisons de procédures.
Passer du comptage au calcul
Sens des opérations et « symétrie » entre les opérations (p97)
Apprentissage de la table d'addition
Le calcul mental et le calcul en ligne ont une place prépondérante dans l'enseignement du calcul
Estimation du résultat.
Introduction progressive du symbolisme (+, -, =). = est souvent compris comme l'annonce d'un résultat, or en mathématiques, cette égalité signifie que ce sont 2 représentations différentes d'un même nombre.
Au CP : enseigner : <ul style="list-style-type: none"> - L'addition et la soustraction comme opérations mathématiques - La symbolisation de l'addition et de la soustraction : - Somme de plus de deux termes. - Utilisation exacte du signe « = » - La multiplication et la division dans des situations de produit ou de partage (problèmes) - -aborder multiplication et soustraction par la manipulation - La symbolisation du signe « X » peut être vu en fin de CP mais n'est pas attendu ; « : » (divisé) est prématuré à ce niveau.
Des pistes de remédiations proposées si difficulté en calcul (p70)
Le calcul posé est une tâche complexe qui permet de réinvestir les faits numériques et les connaissances de la numération écrite chiffrée (aspect positionnel et décimal)
Numération orale utile pour calcul mental, numération écrite utile pour calcul posé.

Résolution de problèmes	
<p>Triple objectif :</p> <ul style="list-style-type: none"> - apprendre aux élèves à résoudre des problèmes ; - aborder de nouvelles notions (numération décimale, sens des opérations, langage mathématique) et consolider ces acquisitions - développer les capacités des élèves à chercher, raisonner et communiquer, c'est-à-dire à acquérir des compétences potentiellement transférables. <p>Compétences attendues :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comprendre le problème - Etablir une stratégie pour le résoudre - Mettre en œuvre la stratégie retenue - Revenir sur la solution et prendre du recul sur le travail effectué <p>Problèmes basiques (p80) (à 2 données explicites, souvent à 1 étape et 1 type d'opération) et</p> <p>Problèmes complexes (p80) (plusieurs étapes,...)</p> <p>Problèmes atypique : pour apprendre à chercher.</p> <p>Démarche d'enseignement de la résolution de problèmes (p82) (manipulation, représentation symbolique, verbalisation, abstraction) ; points de vigilance</p> <p>Focus sur les problèmes de type parties-tout et passer du dessin à la modélisation par le schéma en barres (p94)</p> <p>Les stratégies aboutissent <u>in fine</u> à l'écriture symbolique mathématique des opérations en jeu.</p> <p>Ne pas enseigner une classification formelle des types de problèmes mais amener les élèves à reconnaître progressivement différents problèmes pouvant relever des structures additives (champs additifs) et multiplicatives et d'automatiser la reconnaissance de l'opération.</p> <p>Penser une progression qui alterne :</p> <ul style="list-style-type: none"> - entre moments de découverte, d'exploration des décompositions des nombres, - de mises en relation de ces 	<p>connaissances avec des techniques de calcul (mentales ou en ligne puis posées),</p> <ul style="list-style-type: none"> - et moments de résolution d'un type de problème. <p>3 types de stratégie à faire évoluer :</p> <ul style="list-style-type: none"> — Stratégie 1 : stratégies de dénombrement plutôt élémentaires ; — Stratégie 2 : stratégies de dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques des collections ; — Stratégie 3 : stratégies de (ou proches du) calcul, plus ou moins explicitées ou formalisées. <p>Attendus de fin de CP :</p> <p>Problèmes champ additif :</p> <ul style="list-style-type: none"> – Résoudre des problèmes additifs et soustractifs en une ou deux étapes ; – Modéliser ces problèmes à l'aide de schémas ou d'écritures mathématiques ; – Connaître le sens des signes « + » et « - ». <p>Attendus de fin de CP :</p> <p>Problèmes champ multiplicatif :</p> <ul style="list-style-type: none"> – Résoudre des problèmes de multiplication ou de division, en une étape, sur des petits nombres, avec le recours à la manipulation.
Matériel/jeux	
<p>Principes d'utilisation de matériel :</p> <ul style="list-style-type: none"> - en individuel : phases d'entrée concrète dans la notion, d'entraînement, de différenciation, - en collectif (et en version agrandie si possible) : illustrer un propos, une manipulation, phase de verbalisation, d'explicitation, de validation. <p>logiciels numériques</p> <p>https://www.pedagogie.acaix-marseille.fr/jcms/c_10637631/fr/panorama-des-outilsnumeriquesau-service-des-apprentissages</p> <p>matériels incontournables (p108) devant être mis disposition des élèves (cubes emboîtables sécables, frise numérique, tableau des nombres)</p>	

matériels complémentaires (p111) (réglettes Cuisenaire, cartes à points, compteurs, matériel base 10, tableau de numération, monnaie)
Le jeu, nécessaire mais pas suffisant : après le jeu et ses stratégies, il y a des phases de validation et synthèse puis d'institutionnalisation.
Les nombreux bénéfices (p118)
Focus sur l'analyse des jeux mathématiques (p120 et 126)
Des jeux pour s'entraîner au calcul (Lucky Luke, le bon débarras, cartes recto/verso, yams) Jeu du saladier ; jeu de déplacement sur piste ; jeu du <u>Chiffroscope</u> (lien internet)

Manuel (analyser et choisir)
Approche globale du manuel : lien avec les programmes en cours, propositions didactiques, leçons proposées aux élèves, nombre d'exercices pour chaque notion, place de la résolution de problèmes, etc.
Focus sur des points de vigilance en fonction de la notion abordée, au regard de ce qui a été développé dans les précédents chapitres
Eléments à repérer dans le guide du professeur (p132) : <ul style="list-style-type: none"> - précision de la description des séances - programmation - format des séquences et des séances - institutionnalisation - différenciation - évaluation - ressources complémentaires -
Eléments à repérer dans le manuel de l'élève (p135) : <ul style="list-style-type: none"> - programmation - approche des deux numérations - calcul mental - calcul posé - résolution de problèmes

Manuels/bibliographie
Site de jeux :
https://matheros.fr/ https://www.mathador.fr/ https://www.arcademics.com/ https://calculatice.ac-lille.fr/spip.php?rubrique2 http://www.multimaths.net/index.php?page=primaire_cp https://www.lacourseauxnombres.com/nr/home.php http://www.attrape-nombres.com/an/nc_play.php?lang=
Documents institutionnels / Ouvrages / Articles vers des pages de revues disponibles en ligne / Liens vers des rapports, contributions et conférences sur l'enseignement des mathématiques
https://chiffroscope.blogs.laclassse.com/
https://video.toutatice.fr/video/1330-conference-eric-mounier-la-numeration-au-cycle-2/
https://calculatice.ac-lille.fr/spip.php?rubrique2
https://micetf.fr/
https://micetf.fr/calculmental/
https://www.apmep.fr/